017788

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව/ இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்/ Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1999 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1999 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1999

ව්‍යවහාරික ගණිතය I
பிரயோக கணிதம் I
Applied Mathematics I

06	
S	I

පැ. තුනයි / மூன்று மணித்தியாலம் / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. S_1 නැවතුම්පොළක සිට නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන දුම්රියක වේගය, ශූන්‍යයේ සිට u උපරිම අගයක් දක්වා, නියත α ශීඝ්‍රතාවයකින් වැඩි වෙයි. මෙම උපරිම වේගය t_1 කාල ප්‍රාන්තරයක් තුළ පවත්වාගෙන ගියායින් පසුව, රෝධක යෙදීමෙන් විචල්‍ය මන්දනයක් දුම්රියට ලැබේ. මෙම මන්දනය ශූන්‍යයේ සිට β දක්වා ඒකාකාරී ලෙස t_2 කාලයක් තුළ වැඩි වන අතර දුම්රිය ඊළඟ S_2 නැවතුම්පොළෙහි දී නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. එකිනෙකට d දුරකින් පිහිටි S_1 සහ S_2 නැවතුම්පොළ අතර ගමන සම්පූර්ණ කිරීමට දුම්රිය ගන්නා මුළු කාලය T වෙයි.

ත්වරණ-කාල වක්‍රයේ සහ ප්‍රවේග-කාල වක්‍රයේ දළ රූප සටහන්, දෙකම කොටස් නම් කරමින් අඳින්න. ඒ නයින් පහත දක්වෙන ප්‍රතිඵල පිහිටුවන්න :

(i) $u = \dfrac{\beta}{2} t_2$;

(ii) මන්දනය ආරම්භයේ සිට මැන්න t කාලයේ දී දුම්රියේ වේගය, $v = u - \dfrac{\beta t^2}{2t_2}$ වේ. මෙහි $0 \le t \le t_2$;

(iii) $d = u\left[\dfrac{2}{3} + \dfrac{\beta}{4\alpha}\right] t_2 + ut_1$;

(iv) $T = \dfrac{d}{u} + 2u\left(\dfrac{1}{3\beta} + \dfrac{1}{4\alpha}\right)$.

2. (අ) Oxy-තලයෙහි චලනය වන අංශුවක $\mathbf{r}$ පිහිටුම් දෛශිකය, t කාලයේ දී

$\mathbf{r} = (8 + 20t)\,\mathbf{i} + (90 + 10t - 5t^2)\,\mathbf{j}$ මගින් දෙනු ලැබේ. මෙහි $\mathbf{i}$ සහ $\mathbf{j}$ යනු පිළිවෙළින් $\overrightarrow{Ox}$ සහ $\overrightarrow{Oy}$ අක්ෂ දිගේ ඒකක දෛශික වේ. $t = T$ වන විට අංශුව, එහි ආරම්භක චලිත දිශාවට සෘජුකෝණීව චලනය වේ. T හි අගය සහ මෙම මොහොතේ දී අංශුවෙහි පිහිටීමට ආරම්භක පිහිටීමේ සිට දුර සොයන්න.

t කාලයේ දී, අංශුවේ ත්වරණයත් සොයන්න.

(ආ) මෝටර් සයිකලයක් සෘජු සමතලා පාරක එක් දරයකට සමාන්තරව V නියත ප්‍රවේගයකින් චලනය වන අතර එම දරයේ සිට නියත a දුරක් පවත්වා ගනී. එම දරයේ සිටි ළමයෙක්, මෝටර් සයිකලයට b දුරක් ඉදිරියෙන් පාරට පියවර තබා, පාරට θ කෝණයකින් වූ U නියත ප්‍රවේගයකින් පාරෙන් අනික් පැත්තට ඇවිදගෙන යයි; මෙහි $U < V$ වේ. මෝටර් සයිකලයට සාපේක්ෂව ළමයාගේ පෙත සොයා

$$U > \frac{Va}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

වෙයි නම්, මෝටර් සයිකලයට ඉදිරියෙන් අනතුරක් නැතිව ළමයාට පාරෙන් මාරුවී යා හැකි බව පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

3. O මූලයේ සිට $\mathbf{u}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබූ අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ, නිදහසේ චලනය වෙයි. t කාලයකට පසු අංශුවේ ප්‍රවේගය $\mathbf{v}$ ද පිහිටුම් දෛශිකය $\mathbf{r}$ ද නම් සහ (සිරස් ව පහළට වූ) ගුරුත්වජ ත්වරණය $\mathbf{g}$ ද නම්

$$\mathbf{r} = \mathbf{u}t + \frac{1}{2}\mathbf{g}t^2 = \mathbf{v}t - \frac{1}{2}\mathbf{g}t^2$$

බව පෙන්වා, මෙම සමීකරණ දෛශික රූප සටහනක නිරූපණය කරන්න.

O ලක්ෂ්‍යය, උඩු සිරසට 2β සුළු කෝණයකින් ආනත වූ දෘඪ තලයක් මත පිහිටන බව සහ $\mathbf{u}$ ප්‍රවේග දෛශිකය මගින් තලය සහ සිරස අතර කෝණය සමච්ඡේදනය කෙරෙන බවත් එහි විශාලත්වය $w\cos\beta$ බවත් දී ඇත්නම්, අඳින ලද දෛශික රූප සටහන යොද ගනිමින්, හෝ අන් අයුරකින් හෝ, පහත දක්වෙන ප්‍රතිඵල පිහිටුවන්න :

(i) අංශුවේ පියාසර කාලය $\dfrac{w}{g}$ වෙයි.

(ii) තලය මත පරාසය $\dfrac{w^2}{2g}$ වෙයි.

(iii) අංශුව තලය සමග ගැටීමට මොහොතකට පෙර එහි ප්‍රවේගය, ආරම්භක චලිත දිශාවට ලම්බ වන අතර $w\sin\beta$ විශාලත්වයෙන් යුතු වෙයි.

4. රේඛීය ගම්‍යතා සංස්ථිති මූලධර්මය සහ යාන්ත්‍රික ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය ප්‍රකාශ කරන්න.

ස්කන්ධය m වූ අංශුවක්, ස්කන්ධය M සහ ආනතිය α වූ සුමට කුඤ්ඤයක ආනත තලය දිගේ පහළට සර්පණය වන අතර කුඤ්ඤයට සුමට තිරස් මේසයක් මත චලනය වීමට නිදහස ඇත; ආරම්භයේ දී පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ පවතී. කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවේ v වේගය,

$$v^2 = \frac{2(M+m)g\,x\sin\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$$

මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වීමට ඉහත සංස්ථිති නියම යොදන්න; මෙහි x යනු කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුව චලනය වී ඇති දුර යි.

ඒ නයින්, හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ, කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවේ ත්වරණය සොයා, ආරම්භක නිශ්චල පිහිටීමේ සිට කුඤ්ඤය ගමන් කර ඇති දුර

$$\frac{m\,x\cos\alpha}{M+m}$$ බව පෙන්වන්න.

5. මුළු ස්කන්ධය M වූ දුම්රියක්, එන්ජිමක් මගින් R ප්‍රතිරෝධයක ට එරෙහි ව සෘජු සමතල දුම්රිය මාර්ගයක් දිගේ ඇදගෙන යනු ලබයි. එන්ජිම ක්‍රියාකාරී කරන ශීඝ්‍රතාව H නියතයක් වෙයි.

(i) R නියතයක් වූ විට, නිශ්චලතාවයෙන් පටන් ගෙන U වේගයකට ළඟා වීමට දුම්රිය ගන්නා කාලය

$$\frac{MH}{R^2}\ln\left(\frac{H}{H-RU}\right) - \frac{MU}{R}$$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $U < \dfrac{H}{R}$ වෙයි.

(ii) $R = Mkv$ (මෙහි k යනු නියතයක් ද v යනු දුම්රියේ වේගය ද වේ) වූ විට නිශ්චලතාවයෙන් පටන් ගෙන V වේගයකට ළඟාවීමට දුම්රිය ගන්නා කාලය

$$\frac{1}{2k}\ln\left(\frac{H}{H-MkV^2}\right)$$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $V < \sqrt{\dfrac{H}{Mk}}$ වෙයි.

$v = V$ වන විට එන්ජිමේ ජවය කපා හැරියේ නම්, (මෙම පිහිටීමේ සිට මැන්න විට) අවසාන නිශ්චලතා පිහිටීමට පැමිණීමට පෙර දුම්රිය ගමන් කරන දුර සොයන්න.

www.pastpaperlk.com

6. (අ) මල්ලක් තුළ, වර්ණයෙන් හැර අනික් හැම ලෙසින් ම සර්වසම වූ බෝල 5 ක් අඩංගු වේ. ඒවායින් දෙකක් සුදු පාට ද, තුනක් කළුපාට ද වේ. සුදු බෝල දෙකම ලැබෙන තුරු වරකට එක බැගින්, සසම්භාවීව, ප්‍රතිස්ථාපන රහිත ව, මල්ලෙන් බෝල ඉවතට ගනු ලැබේ.

X සසම්භාවී විචල්‍යය, "සුදු බෝල දෙකම ලැබීම සඳහා ඉවතට ගැනීමට අවශ්‍ය වාර ගණන" නම්, X හි සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය සොයන්න. X හි මධ්‍යන්‍ය අගය 4 බව පෙන්වා X හි සම්මත අපගමනය සොයන්න.

(ආ) දුනුවායෙක්, ඉලක්ක ලැල්ලක හරි මැද වෙත ඊයක් විදීමට පුරුදු වෙයි. එක් එක් උත්සාහය සඳහා ස්වායත්ත ව, හරි මැදට විදීමට (සාර්ථකත්වයට) ඔහුගේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{5}$ වෙයි. ඔහුගේ ප්‍රථම සාර්ථකත්වය ලැබෙන්නේ

(i) ඔහුගේ දෙවැනි උත්සාහයේ දී,

(ii) ඔහුගේ තෙවැනි උත්සාහයේ දී,

(iii) ඔහුගේ සිව්වැනි උත්සාහයේ දී

වීමේ සම්භාවිතාව, දශමස්ථාන තුනකට, සොයන්න.

"දුනුවායාගේ ප්‍රථම සාර්ථක උත්සාහයත් ඇතුළුව ඒ දක්වා ඔහු කරන උත්සාහ ගණන", Y යැයි ගනිමු. Y විචල්‍යය, සම්භාවිතා ශ්‍රිතය

$$P(Y = r) = \left(\frac{4}{5}\right)^{r-1}\left(\frac{1}{5}\right), \quad r = 1, 2, 3, 4, \ldots$$

සහිත සසම්භාවී විචල්‍යයක් බව සත්‍යාපනය කරන්න.

$(1 - q)^{-2}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණය උපකල්පනය කරමින්, Y හි මධ්‍යන්‍ය අගය 5 බව පෙන්වන්න. දුනුවායාගේ ප්‍රථම සාර්ථකත්වයට කලින් අසාර්ථක උත්සාහ අඩු වශයෙන් හතරක් වත් තිබීමේ සම්භාවිතාව, ආසන්න වශයෙන් 0·41 බවත් පෙන්වන්න.

7. E නම් කාර්යාලීය දුරකථන හුවමාරුවකට මිනිත්තුවක දී ලැබෙන ඇමතුම් ගණන, X, මධ්‍යන්‍යය μ වූ පොයිසොන් ව්‍යාප්තියක් අනුගමනය කරන අතර X හි සම්භාවිතා ශ්‍රිතය

$$P(X = r) = \frac{e^{-\mu}\mu^{r}}{r!}, \quad r = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

වෙයි.

පැය 10 කින් යුක්ත සෑම වැඩ කරන දිනක දී ම E වෙත සාමාන්‍යයෙන් ඇමතුම් 240 ක් ලැබෙන බව දී ඇත්නම් μ හි අගය සොයා මෙම මධ්‍යන්‍යය සඳහා පහත දැක්වෙන ප්‍රතිඵල පිහිටුවන්න :

(i) මිනිත්තු තුනක කාල ප්‍රාන්තරයක දී බොහෝදුරට ලැබිය හැකි ඇමතුම් සංඛ්‍යාව 1 ක් වේ.

(ii) මිනිත්තු t කාල ප්‍රාන්තරයක දී අඩුම වශයෙන්, එක් ඇමතුමක් වත් ලැබීමේ සම්භාවිතාව $1 - e^{\frac{-2t}{5}}$ වේ.

Y සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක්,

"E හුවමාරුව වෙත ලැබෙන අනුගාමී දුරකථන ඇමතුම් දෙකක් අතර කාල ප්‍රාන්තරය" වශයෙන් අර්ථ දක්වෙයි.

Y හි සමුච්චිත ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතය ලියා දක්වන්න.

Y හි සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය $\frac{2}{5}e^{\frac{-2t}{5}}$ බව පෙන්වන්න.

අනුගාමී ඇමතුම් දෙකක් අතර මධ්‍යන්‍ය කාලය ගණනය කරන්න.

E හුවමාරුවේ ක්‍රියාකරුට ගෙවුනු මිනිත්තු තුනේ දී ඇමතුම් කිසිවක් නොලැබුන බව දී ඇත්නම්, ඇමතුමක් අත් නොහැරෙන පරිදි ඊළඟ මිනිත්තු පහ සඳහා ඔහුට හුවමාරුවෙන් බැහැරව සිටිය හැකි වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 3

8. (අ) "ශුද්ධ බර 250 g" ලෙස ලේබල් කර ඇති ඇසුරුම් තුළට යන්ත්‍රයකින් තේ පුරවනු ලැබේ. ඇසුරුම් 5000 ක ඇණවුමක අඩංගු තේ වල මුළු බර 1275 kg වෙයි. තේ ඇසුරුම් වල ශුද්ධ බර, සම්මත අපගමනය 2 g සහිත ව, ප්‍රමත ලෙස ව්‍යාප්ත වී ඇත්නම් මෙම ඇණවුමෙහි

(i) 250 g ට අඩු බර සහිත ව අපේක්ෂිත ඇසුරුම් සංඛ්‍යාව

(ii) හරියටම 250 g බර සහිත ව අපේක්ෂිත ඇසුරුම් සංඛ්‍යාව

සොයන්න.

www.pastpaperlk.com

(ආ) බහුවරණ පරීක්ෂණ පත්‍රයක ප්‍රශ්න 50 ක් අඩංගු ය. අපේක්ෂකයෙකු එක් එක් ප්‍රශ්නයට දී ඇති, තිබිය හැකි, පිළිතුරු තුනකින් එකක් යටින් ඉරක් ඇඳ නිවැරදි බව දක්වීම අවශ්‍ය ය. එක් එක් ප්‍රශ්නයට එක පිළිතුරක් පමණක් නිවැරදි වන අතර එවැනි පිළිතුරක් සඳහා අපේක්ෂකයෙකුට එක ලකුණක් ලැබේ. මුළුමණින් ම නූගත් අපේක්ෂකයෙක් සසම්භාවී ලෙස පිළිතුරු යටින් ඉරි අඳියි. X සසම්භාවී විචල්‍යය, "ඔහු විසින් නිවැරදි ව යටින් ඉරි ඇඳි පිළිතුරු ගණන" ලෙස ගනිමු. X අනුගමනය කරන ද්විපද ව්‍යාප්තියෙහි මධ්‍යන්‍යය සහ විචලතාව සොයන්න.

සමත් වීමේ ලකුණ 20 වෙයි නම්, මෙම ද්විපද ව්‍යාප්තිය සඳහා ප්‍රමත සන්නිකර්ෂණයක් යෙදීමෙන්, ඔහු මෙම පරීක්ෂණය සමත්වීමේ සම්භාවිතාව, ආසන්න වශයෙන් 0·1977 බව පෙන්වන්න.

9. නියත m ස්කන්ධයෙන් යුත් P අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයක සිට, සිරස් ව පහළට, U වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. එය ගුරුත්වය යටතේ චලනය වන්නේ අංශුවේ වේගය v වනවිට mkv ප්‍රතිරෝධයක් ඇති කරන මාධ්‍යයක් තුළ ය. මෙහි k නියතයකි. P අංශුවේ වේගය U කෙරෙන් ස්වායත්ත සීමාවකට ළඟාවන බව පෙන්වන්න.

www.pastpaperlk.com

t කාලයක දී P අංශුව වැටෙන දුර

$$\frac{gt}{k} + \frac{1}{k}\left(U - \frac{g}{k}\right)\left(1 - e^{-kt}\right)$$

බවත් පෙන්වන්න.

P හි ප්‍රක්ෂේප මොහොතේ සිට T කාලයකට පසුව P ට සර්වසම Q අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයේම සිට, සිරස් ව පහළට, V වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අවසානයේ දී ($t \to \infty$ එළඹෙන විට) අංශු දෙක අතර දුර $\frac{1}{k}(U - V + gT)$ බව පෙන්වන්න.

www.pastpaperlk.com

අවසානයේ දී Q ට සාපේක්ෂ ව P හි ප්‍රවේගය කුමක් ද?

10. $\mathbf{F}$ බලයක ක්‍රියා රේඛාව A ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන අතර, O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A හි පිහිටුම් දෛශිකය $\boldsymbol{a}$ වෙයි. O ලක්ෂ්‍යය වටා $\mathbf{F}$ බලයෙහි දෛශික ඝූර්ණය අර්ථ දක්වා, එහි විශාලත්වය සහ දිශාව පැහැදිලිව ප්‍රකාශ කරන්න.

බල පද්ධතියක් සමන්විත වන්නේ, O මූලය හරහා ක්‍රියා කරන $\mathbf{F}_1 = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, $\mathbf{F}_2 = 6\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ සහ $\mathbf{F}_3 = -4\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ බල සමගින් තවත් බල දෙකකිනි. ඒවා නම්, පිහිටුම් දෛශිකය $\boldsymbol{a} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ වූ A ලක්ෂ්‍යය හරහා ක්‍රියා කරන, λ නියතයක් වූ, $\mathbf{F}_4 = \lambda\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ බලයක් සහ පිහිටුම් දෛශිකය $\mathbf{b} = -8\mathbf{i} - 4\mathbf{k}$ වූ $\mathbf{B}$ ලක්ෂ්‍යය හරහා ක්‍රියා කරන $\mathbf{F}_5 = -7\mathbf{i} - \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ බලයක් වේ. මෙහි $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ මගින් පිළිවෙළින් Ox, Oy, Oz සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසිය අක්ෂ දිගේ ඒකක දෛශික දක්වයි.

www.pastpaper

මෙම පද්ධතිය O හි දී ක්‍රියා කරන $\mathbf{R}$ බලයක් සමගින් ඝූර්ණය $\mathbf{G}$ වූ යුග්මයකට ඌනනය කළේ නම් $\mathbf{R}$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියා

$$\mathbf{G} = -4\mathbf{i} + (2\lambda + 14)\mathbf{j} + (\lambda + 9)\mathbf{k}$$

බව පෙන්වන්න.

පද්ධතිය, $\mathbf{F}$ තනි බලයකට ඌනනය වන පරිදි λ හි අගය නිර්ණය කරන්න. එවිට $\mathbf{F}$ සොයා එහි ක්‍රියා රේඛාවේ දෛශික සමීකරණය μ පරාමිතියක් වූ, $\mathbf{r} = \mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k} + \mu(\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k})$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

www.pastpaperlk.com